

数理手法 VII (時系列解析) レポート課題

提出期限： 5月17日(水)

提出方法： メールによる

宛先 kitagawa@mi.u-tokyo.ac.jp

検索で見逃さないように、必ず件名を「時系列解析レポート〇〇」とすること。〇〇は氏名

レポート作成にあたっては R を利用して計算することを推奨するが、他のソフトや独自の方法で計算しても良い。また、下記の Web Decomp を用いると、ソフトのインストール等を行わずに Web サイト上で自分のデータの解析結果を得ることができる。

1. 自分が興味がある事象に関して、分析の目的に適した時系列データを取得せよ。

(a) どのような事象に興味をもったか

(b) 分析の目的は何か

(c) その目的達成するためには、どういう観点でデータを分析するとよさそうと考えるか

注：現時点で適当なデータが見つからない場合は、とりあえず講義で用いているデータあるいは Web-Decomp(下記) の sample data を用いても良い。

2. 取得したデータを図示し、その特徴や前処理が必要かどうか検討せよ

(a) 取得したデータの特徴を挙げること

(b) 定常といえるかどうか検討せよ

(c) 定常とは考えにくい場合は(近似的な)定常化のための前処理を考え適用せよ

3. (必要があれば定常化した)データについて

(a) 共分散関数を計算し図示すること

(b) スペクトル(ピリオドグラム)を計算し図示すること

(c) (a)-(b)から分かったことは何か

4. 当該のデータから有益な情報を取得するためには、今後どのような分析をするとよいか検討せよ。(これまでの講義内容ではできないことよい)

5. その他、自主的に分析を行ったことがあれば記載しても良い

● R の利用法

- R のインストールサイト等については、第1回の講義資料(「時系列解析講義資料」で検索)の9ページに記載。(より詳しいインストール法の解説は、例えば「統計フリーソフト「R」」で検索)
- 講義で説明した解析方法やモデルに関する計算は殆ど TSSSS パッケージで実行できる。ただし、TSSSS パッケージを一度インストールしておく必要がある。<http://jasp.ism.ac.jp/ism/TSSSS/> または <https://cran.r-project.org/package=TSSSS>

● Web Decomp による計算

もっと手取り早く簡単に計算結果を得たい場合は、下記の Web Decomp のサイトにアクセスすること。Web 上でデータを貼り付ければ、サーバで計算し数値結果や、グラフを返してくれる。

<http://ssnt.ism.ac.jp/inets/inets.html>

Quiz

今年度は実習レポートのみなので**提出不要**ですが、参考までに昨年度の Quiz を添付しておきます。ただし、これまでの講義の範囲でできるのは問題 3 までです。また、問題 2 と 3 は今年度は講義の中で説明した。

1. 自己共分散関数関連：

- (a) 自己共分散関数 $C_k > 0, k = 0, 1, \dots, L$ がかなり大きな L について成り立つ場合、何を意味するか。
- (b) (AR モデルの推定にも関連) 自己共分散行列が偶関数であることから、1 変量の場合は前向きの AR モデルと後ろ向きの AR モデルが同一であることを示せ。

2. スペクトル関連： 時系列解析では通常一定間隔で観測を行うために、それよりも速い周期の動きを正確に捉えることはできず、単位時間でデータが観測される場合には周波数 $-1/2 \leq f \leq 1/2$ の範囲だけでスペクトルが得られる。その結果、 $1/2$ より早い周期の変動は $1/2$ で折り返した位置の運動として現れる (エリアシングと呼ばれる)。映画やビデオで、高速回転する車輪やプロペラがゆっくり回転したり逆回転して見える現象をエリアシングの観点から説明せよ。図を用いた直感的な説明でよい。

3. 情報量規準関連： 正規分布モデル $f(y|\mu, \sigma^2) = (\frac{1}{2\pi\sigma^2})^{1/2} \exp\{-(y-\mu)^2/2\sigma^2\}$, $\theta = (\mu, \sigma^2)^T$, $\mu_3 = E[(y-\mu)^3]$, $\mu_4 = E[(y-\mu)^4]$ とするとき

- (a) $\frac{\partial}{\partial \mu} \log f(t|\theta)$, $\frac{\partial}{\partial \sigma^2} \log f(t|\theta)$, $\frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \log f(t|\theta)$, $\frac{\partial}{\partial \mu \partial \sigma^2} \log f(t|\theta)$, $\frac{\partial}{(\partial \sigma^2)^2} \log f(t|\theta)$ を求めよ。
- (b) Fisher 情報量 $I(\theta)$ (2×2 行列) を求めよ。
- (c) Expected Hessian $J(\theta)$ (2×2 行列) を求めよ。
- (d) $\text{tr}\{I(\theta)J(\theta)^{-1}\}$ を計算せよ。
- (e) このモデルに関して AIC と TIC が一致するのはどのような場合か？

4. 定常時系列モデル関連： AR(1) モデル $y_n = ay_{n-1} + v_n$ はマルコフ過程の一種であるが、一般の AR(m) モデル $y_n = \sum_{j=1}^m a_j y_{n-j} + v_n$ もマルコフ過程として表現できることを示せ。

5. ARMA(2,1) モデル $y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + v_n - b_1 v_{n-1}, v_n \sim N(0, \sigma^2)$ について

- (a) インパルス応答 g_0, g_1, g_2, g_3 を求めよ
- (b) ARMA モデルの 1 期先~3 期先予測誤差分散を求めよ

6. AR モデル関連：

- (a) AR(2) モデル $y_n = a_1 y_{n-1} + a_2 y_{n-2} + v_n$ が定常となる領域を図示せよ (横軸： a_1 、縦軸： a_2 とする)
- (b) その定常領域を、特性方程式が 2 つの実根を持つ場合と 2 つの複素根を持つ場合に分類せよ。